შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

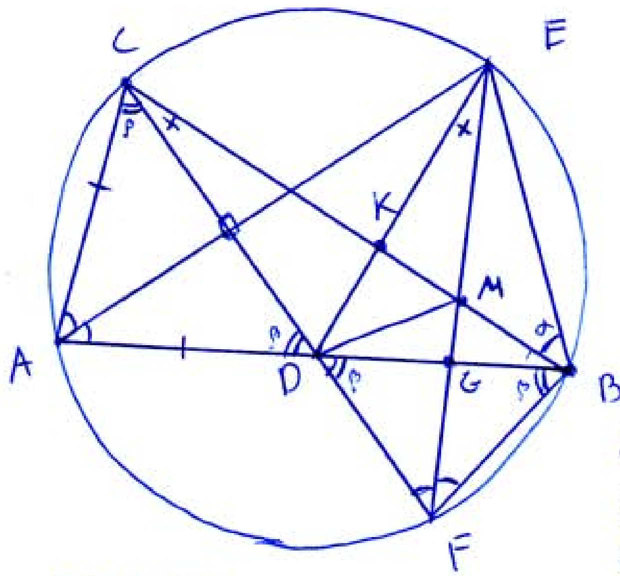
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ მათ/ IV/ 300

ამოცანა № 4

გვერდი № 1



[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ოთხკუთხედი $ACEBF$-ი [illegible] [illegible]!
$\angle DCA=\angle ABF$, $\angle DCA=\angle ADC$ $(AC=AD)$ ანუ $\angle DCA=\angle ADC=\angle ABF=\angle BDF=\beta$ ($\angle BDF$ და $\angle ADC$ ვერტიკალური კუთხეებია) ასევე $\angle CAE=\angle EAB=\angle CFE=\angle EFB=\alpha$ რადგან $\angle CBE=\alpha=\angle CAE$. [illegible] $CA=AD$ ამიტომ $CD\perp AE$ და [illegible] $\angle DBF=\angle BDF$ და $\angle DFE=\angle BFE=$ ამიტომ $EF\perp DB$ და ყოფს DB-ს [illegible]. ამიტომ $\triangle DEB$-ტოლფერდაა ($EG\perp DB$ და $DG=GB$) ამიტომ $\angle FEB=\angle DEF$ რადგან ანუ $\angle FCB=x$ მაშინ $\angle FEB=x$ (ერთ რკალზე დაყრდნობილი) და ანუ $\angle DEF=x=\angle FCB$ რადგან ~~$\triangle DMB$- [illegible] ($MG\perp DB$ და~~ ~~$DG=GB$)~~ ~~[illegible]~~ საკმარისია ვაჩვენოთ $DK\cdot EF=AC\cdot DF \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \dfrac{DF}{EF}=\dfrac{DK}{AC}$ [illegible] $\dfrac{DF}{EF}=\dfrac{\sin x}{\sin\angle EDF}$ ($\triangle DFE$-ში სინუსების თეორემიდან)
[illegible] ასევე $\dfrac{DK}{KC}=\dfrac{\sin x}{\sin\angle CDE}$ ~~[illegible] [illegible]~~ (სინუსების თეორ. $\triangle CDK$-ში)
[illegible] რადგან $\angle EDF+\angle CDE=180^\circ$ [illegible] $\sin\angle EDF=\sin\angle CDE$ ამიტომ $\dfrac{DF}{EF}=\dfrac{DK}{KC}$ [illegible] $\dfrac{DF}{EF}=\dfrac{DK}{AC}$ ანუ [illegible] [illegible] $\dfrac{DK}{AC}=\dfrac{DK}{KC}\Rightarrow$
$\Rightarrow AC=KC$, ანუ $\dfrac{CK}{AC}=1$. პასუხი: $\dfrac{CK}{AC}=1$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ მათ/ IV/ 300

ამოცანა № 5

გვერდი № 1.

[illegible] $n=1$-დან $n=2^d-1$-მდე [illegible] k-სთვის [illegible] k-სთვის $n=1$-დან $n=2^{d+1}-1$-მდე. [illegible] $2^d-1<k\le 2^{d+1}-1$. [illegible] m [illegible] k-სთვის [illegible] m_0. [illegible] $m_0<d$ [illegible] k [illegible] A [illegible] A-ს [illegible] t [illegible] $t\ge\left[\frac{k}{2}\right]$ [illegible] $t<\left[\frac{k}{2}\right]$ [illegible] A-ს [illegible] t-ზე [illegible] $t\ge\left[\frac{k}{2}\right]$. B [illegible] A-ს [illegible] C [illegible] C [illegible] A_1 [illegible] m_0 [illegible] A [illegible] C [illegible] m_0 [illegible] B [illegible] A-ს [illegible] C-ს [illegible] C-ს [illegible] m_0-1 [illegible] C-ს [illegible] m_0-1 [illegible] C-ს [illegible] m_0-1 [illegible] $t\ge\left[\frac{k}{2}\right]$ [illegible] $\left[\frac{k}{2}\right]$ [illegible] 2^d-1 [illegible]

~~m_0-1~~ $2^d-1>2^{m_0}-1 \Rightarrow m_0<d$ [illegible]

[illegible] $n=2^{d+1}-1$ [illegible] $\left[\frac{2^{d+1}-1}{2}\right]\ge 2^d-1$ [illegible] 2^d-1 [illegible] $m\le d$ [illegible] $n\ge 2^{m+1}-1$ [illegible]

[illegible] $m+d_i$ და $m+d_j-1$ [illegible] ([illegible]) [illegible],

$$\frac{m+d}{m} \quad [illegible] \quad \max(m+d_i, m+d_j) \le m+d$$

და $\min(m+d_i, m+d_j) > m$ [illegible]

$\frac{m+d}{m}$ [illegible] $m+d_i \,\vdots\, p$ და $m+d_j \,\vdots\, p$

[illegible] $m+d_i = pk$ და $m+d_j = pt$ [illegible]

$$\frac{m+d_i}{m+d_j} = \frac{pk}{pt} = \frac{k}{t}$$ [illegible] $m > d^8$

[illegible] $\frac{m+d}{m} < \frac{k}{t}$ [illegible] $\frac{m+d}{m}$ [illegible]

[illegible] $\frac{m+d_i}{m+d_j} = \frac{k}{t}$ [illegible]

[illegible] i და j [illegible] $m+d_i \,\vdots\, p$ და $m+d_j \,\vdots\, p$ [illegible] $(m+d_1)(m+d_2)\dots(m+d_9)-1$ [illegible] 9 [illegible] 20-ზე [illegible] 1-8, ([illegible] 8) [illegible] $(m+d_1)(m+d_2)\dots(m+d_9) = P(m)-1$ [illegible] 20-ზე [illegible] ([illegible] $P(m)-1$ [illegible] ~~[illegible]~~ 9-[illegible]) [illegible] $P(m) \,\vdots\, q$ [illegible] $q > 20$ და q [illegible].

[illegible]